RADIAÇÃO E ENERGIA SOLAR

Miguel Centeno Brito

Órbita do sol

Excentricidade

Distância média entre o sol e a Terra = 1 unidade astronómica

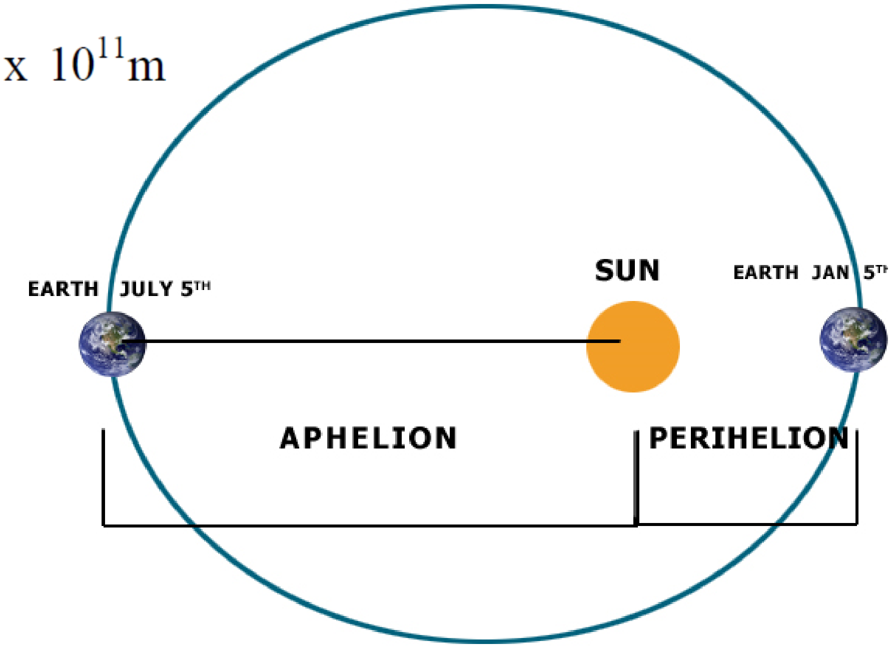
$$149597870 \pm 2 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

Normalmente é aproximada por $1{,}496 \text{ x } 10^{11}\text{m}$

Embora varie entre o periélio e o afélio

$1{,}471 \text{ x } 10^{11}\text{m}$

$1{,}521 \text{ x } 10^{11}\text{m}$



Órbita do sol
Excentricidade

Distância média entre o sol e a Terra = 1 unidade astronómica

$$149597870 \pm 2 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

Pode ser descrita por (com erro inferior a 0.0001) através da excentricidade da órbita

$$E_0 = (r_0/r)^2 = 1.000110 + 0.034221 \cos\Gamma + 0.001280 \sin\Gamma + 0.000719 \cos 2\Gamma + 0.000077 \sin 2\Gamma.$$

Em que, em radianos, temos $\Gamma = 2\pi(d_n - 1)/365$

NOTA: *dn* é o dia do ano, de 1 (1 de Janeiro) a 365 (31 de Dezembro), em que Fevereiro tem sempre 28 dias!

Órbita do sol
Excentricidade

Distância média entre o sol e a Terra = 1 unidade astronómica

$$149597870 \pm 2 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

Pode ser descrita por (com erro inferior a 0.0001) através da excentricidade da órbita

$$E_0 = (r_0/r)^2 = 1.000110 + 0.034221 \cos\Gamma + 0.001280 \sin\Gamma + 0.000719 \cos 2\Gamma + 0.000077 \sin 2\Gamma.$$

Ou mais simplesmente por

$$\boxed{E_0 = (r_0/r)^2 = 1 + 0.033 \cos\left[(2\pi d_n/365)\right]}$$

Órbita do sol
Excentricidade

Distância média entre o sol e a Terra = 1 unidade astronómica

$$149597870 \pm 2 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

ATENÇÃO: estas aproximações assumem que o valor não depende ao longo de o dia, o que é OK para muitas aplicações mas fundamentalmente incorrecto!

(com erro inferior a 0.0001) através da

ta

$$0110 + 0.034221 \cos \Gamma + 0.001280 \sin \Gamma$$

$$.000719 \cos 2\Gamma + 0.000077 \sin 2\Gamma.$$

Ou mais simplesmente por

$$\boxed{E_0 = (r_0/r)^2 = 1 + 0.033 \cos\left[(2\pi d_n/365)\right]}$$

Calcular a distância da Terra ao Sol no dia 16 de Outubro.

Resposta

$$d_n = 289 \longrightarrow \Gamma = \frac{2\pi \times 288}{365} = 4.958 \text{ rad} \quad (= 284.16^\circ)$$

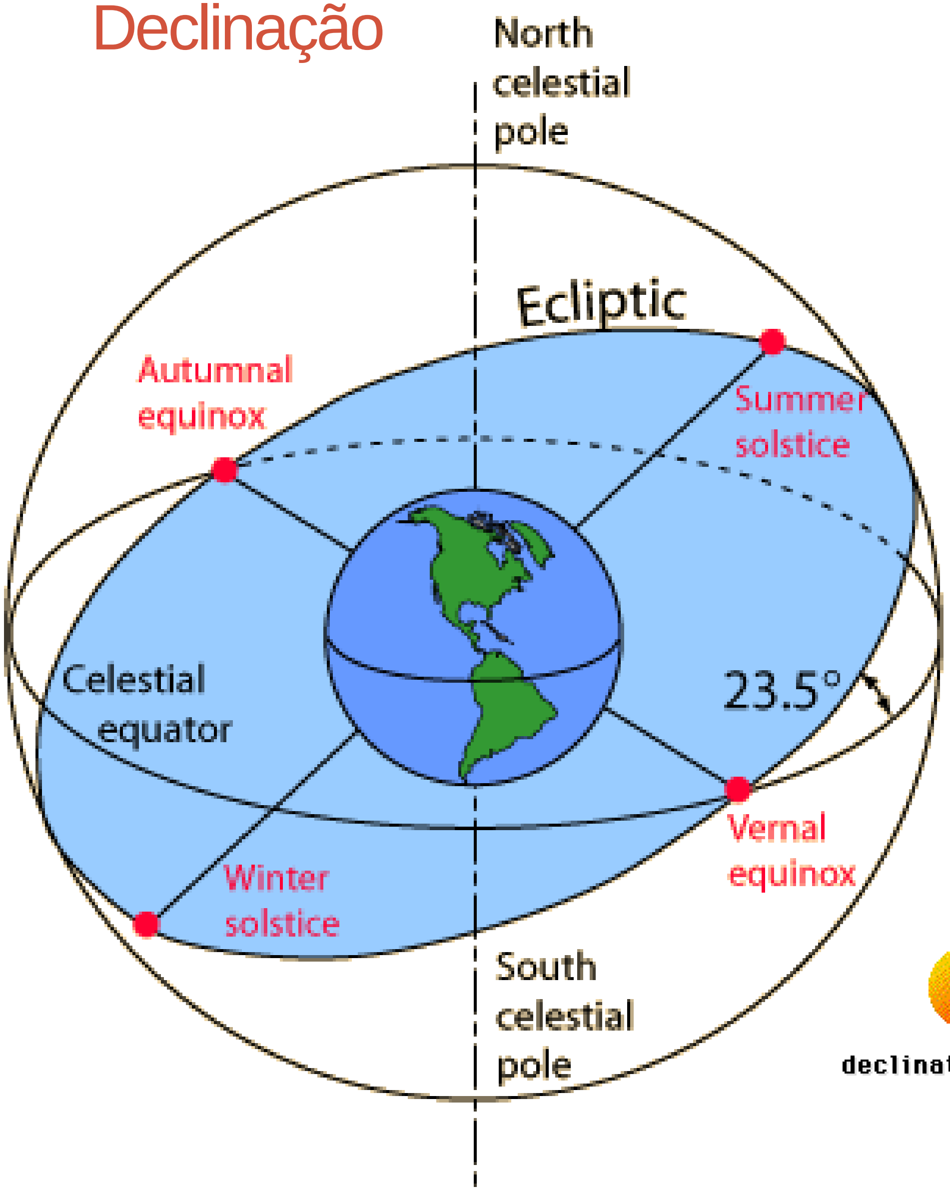
logo
$$\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = 1.000110 + 0.034221 \times 0.2428 + 0.00128 \times (-0.9701) +$$
$$+ 0.000719 \times (-0.8821) + 0.000077 \times (-0.4710) =$$
$$= 1.0064 \quad \text{e portanto} \quad \boxed{r = 0.9968 \text{ AU}}$$

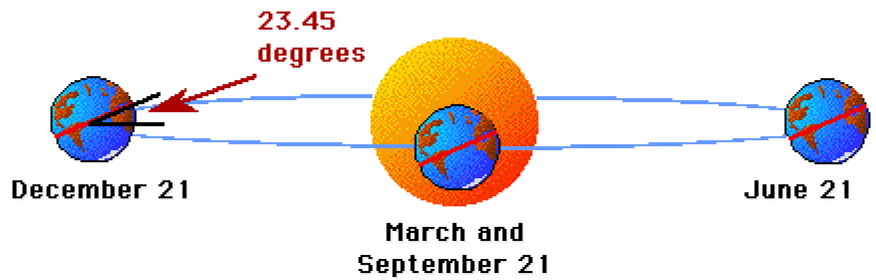
Alternativamente

$$\left(\frac{r_0}{r}\right)^2 = 1 + 0.0033 \cos\left(\frac{2\pi \times 289}{365}\right) = 1.0091 \rightarrow \boxed{r = 0.98202 \text{ AU}}$$

Órbita do sol

Declinação

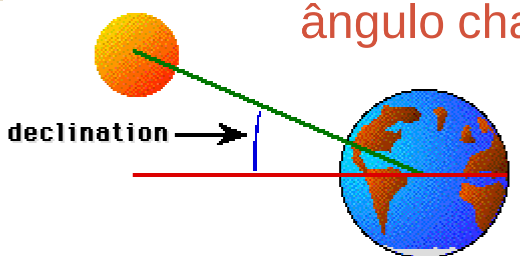




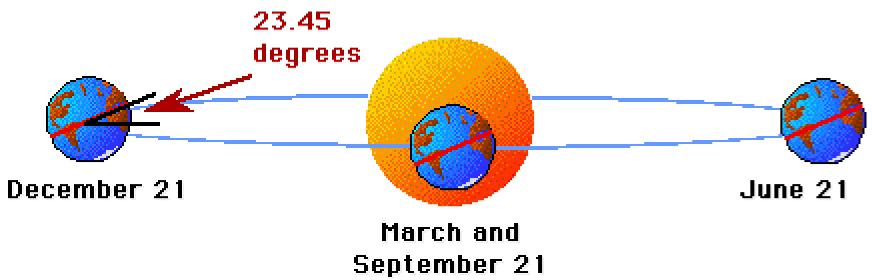
O ângulo entre o eixo polar e a normal à elíptica é sempre constante.

O ângulo entre a elíptica e o plano que contem o equador é sempre constante.

O ângulo entre a linha que une o centro do Sol ao centro da Terra e o plano do equador é sempre diferente . A este ângulo chama-se **declinação**.



Órbita do sol
Declinação



A variação diária máxima da declinação é 0.5º pelo que, em primeira aproximação, podemos considerar um valor constante para cada dia.

$$\delta = (0.006918 - 0.399912\cos\Gamma + 0.070257\sin\Gamma - 0.006758\cos 2\Gamma + 0.000907\sin 2\Gamma - 0.002697\cos 3\Gamma + 0.00148\sin 3\Gamma)(180/\pi).$$

$$\Gamma = 2\pi(d_n - 1)/365$$

Outras expressões (mais simples mas menos rigorosas):

$$\delta = \sin^{-1}\{0.4\sin[\tfrac{360}{365}(d_n - 82)]\}$$

$$\delta = 23.45\sin[\tfrac{360}{365}(d_n + 284)]$$

Calcular a declinação do dia 16 de Outubro.

Como vimos, $\Gamma = 284.16°$ logo

$$\delta = \left(0.006918 - 0.399912 \times 0.2428 + 0.07257 \times (-0.9701) - \right.$$
$$- 0.006758 \times (-0.8821) + 0.000907 \times (-0.4710) -$$
$$\left. - 0.002697 \times (-0.6711) + 0.00148 \times 0.7414\right) \times \frac{180}{\pi}$$

$$\boxed{\delta = -8.67°}$$

Alternativamente,

$$\delta = \sin^{-1}\left(0.4 \times \sin \frac{360}{365}(289 - 82)\right) = \underline{\underline{-9.42°}}$$

ou ainda

$$\delta = 23.45 \sin\left(\frac{360}{365}(289 + 284)\right) = \underline{\underline{-9.97°}}$$

Órbita do sol

Equação do tempo

DIA SOLAR
Intervalo de tempo em que o Sol aparenta completar um ciclo para um observador estacionário na superfície da Terra.

A duração de um **dia solar** varia ao longo do ano.
(as diferenças podem atingir 16 minutos)

A diferença entre a hora solar e a hora marcada num relógio com uma velocidade constante é a chamada **equação do tempo** (*E*quation *O*f *T*ime) que pode ser calculada por

$$E_t = (0.000075 + 0.001868 \cos\Gamma - 0.032077 \sin\Gamma - 0.014615 \cos 2\Gamma - 0.04089 \sin 2\Gamma)(229.18).$$

Conversão de radianos em minutos!

$$\Gamma = 2\pi(d_n - 1)/365$$

Usando esta expressão, incerteza na determinação do tempo solar é inferior a 35s.

Órbita do sol

Equação do tempo

Tempo solar aparente (AST) resulta da correção devido à diferença de longitude do local (LONG) e a longitude do meridiano (LSM).

$$AST = \text{standard time (LCT)} + EOT \pm [(LSM - LONG)/15]$$

Todos os termos expressos em horas!
Oeste é negativo, Este é positivo.

Órbita do sol

Equação do tempo

Tempo solar aparente (AST) resulta da correção devido à diferença de longitude do local (LONG) e a longitude do meridiano (LSM).

$$AST = \text{standard time (LCT)} + EOT \pm [(LSM - LONG)/15]$$

Todos os termos expressos em horas!
Oeste é negativo, Este é positivo.

Determinar a hora solar ("local apparent time") no dia 16 de Outubro em Buenos Aires (58° 29' W) quando a hora local é 10h00.

Já sabemos que $\Gamma = 4.958$ rad $(= 284.16°)$

$$E_t = (0.000075 + 0.001868 \cos\Gamma - 0.0032077 \sin\Gamma -$$
$$- 0.014615 \cos 2\Gamma - 0.04089 \sin 2\Gamma) \times 229.18$$

$E_t = 14.62$ minutos

A correcção de latitude é $4 \times (L_s - L_e) =$

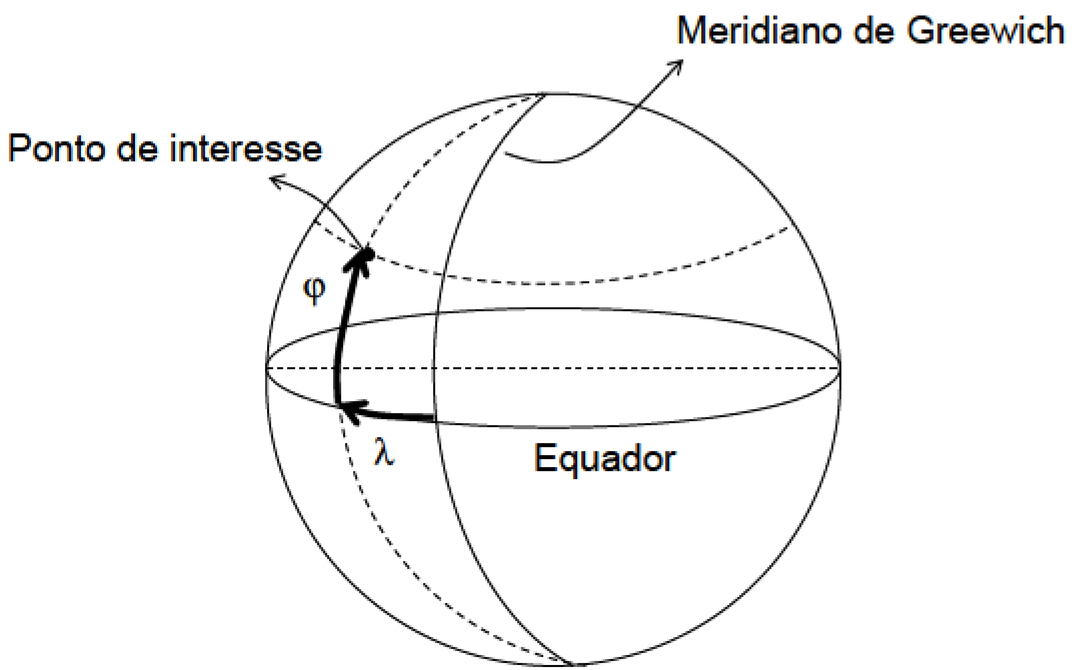
$= 4 \times (60 - 58.48) = 6.07$ minutos

e portanto

$$LAT = 10:00 + (6.07 + 14.62) \text{ minutos} = \boxed{10:20:41}$$

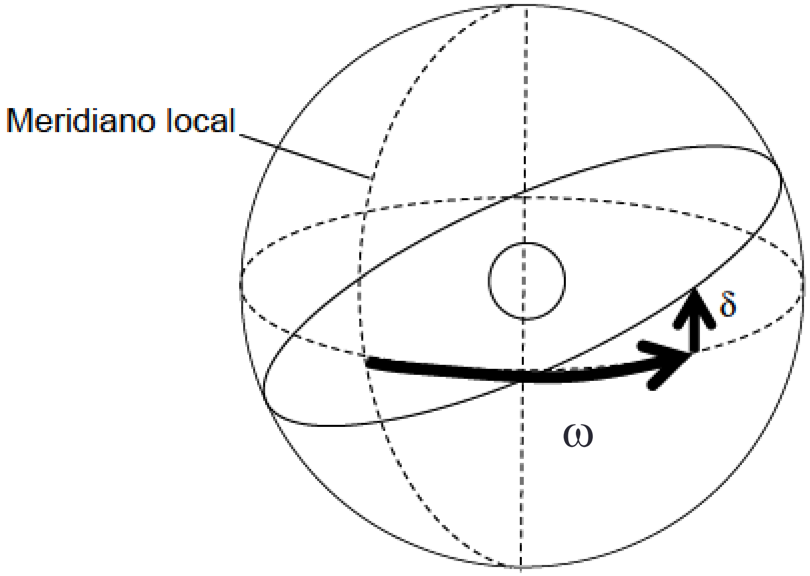
Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal



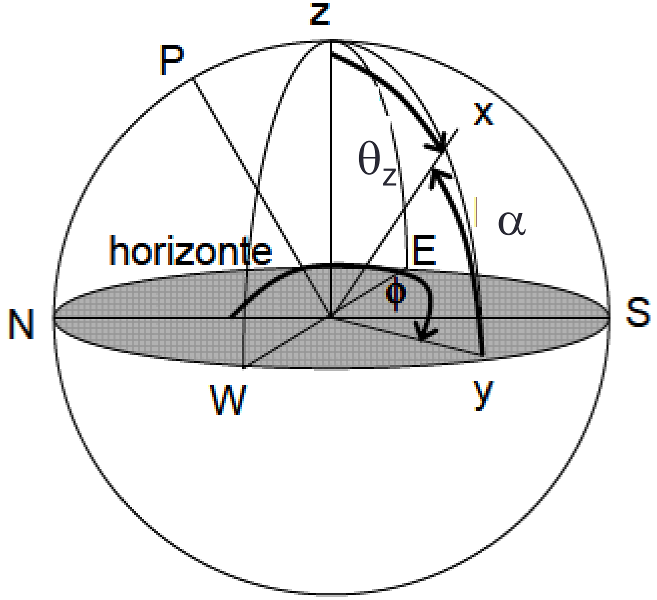
Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal



Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal



Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal

θ_z é o angulo zenital, em graus

α é a altura solar, ou altitude solar, ou elevação solar, em graus ($\alpha = 90 - \theta_z$)

ω é o angulo horário, igual a zero ao meio dia, e positivo de manhã

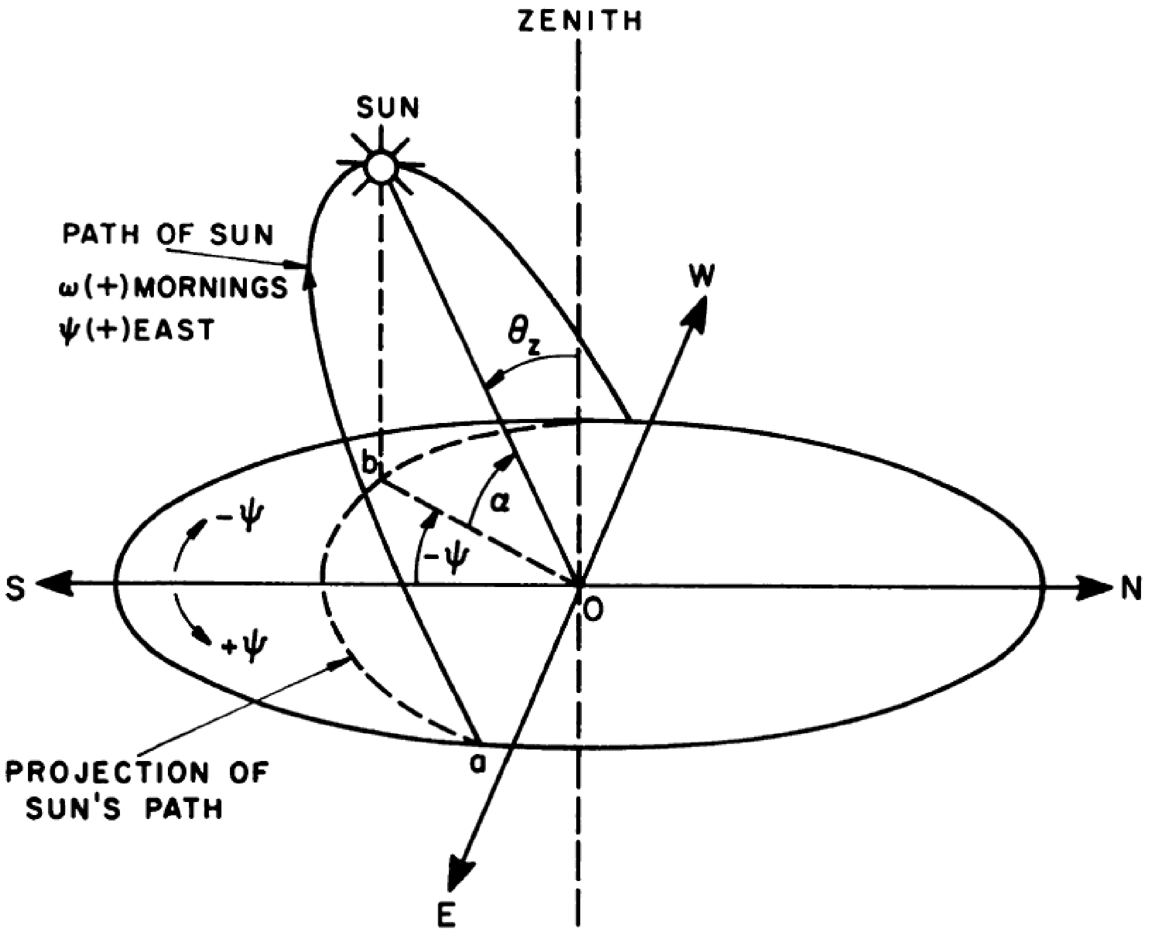
ϕ é a latitude geográfica, em graus, positiva para norte

ψ é o azimute solar, em graus, zero para sul, positivo para nascente

δ é a declinação, posição angular do Sol ao meio dia solar relativamente ao plano do equador, positiva para norte, em graus.

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal



Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal

Na ausência de atmosfera (sem refracção) temos

$$\cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega = \sin\alpha$$

Resolvendo em ordem ao ângulo horário temos

$$\cos\omega_s = -\sin\phi\sin\delta/\cos\phi\cos\delta$$

$$\omega_s = \cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta).$$

Como a hora do nascer do sol é igual ao pôr-do-sol, excepto pelo sinal, então a duração do dia é apenas $2\omega_s$:

$$N_d = \tfrac{2}{15}\cos^{-1}(-\tan\phi\tan\delta).$$

O factor 1/15 resulta de converter ângulo em horas!

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal

Na ausência de atmosfera (sem refracção) temos

$$\cos\theta_z = \sin\delta\sin\phi + \cos\delta\cos\phi\cos\omega = \sin\alpha$$

$$\cos\psi = (\sin\alpha\sin\phi - \sin\delta)/\cos\alpha\cos\phi;$$

$$0^\circ \le \psi \le 90^\circ, \qquad \cos\psi \ge 0,$$

$$90^\circ \le \psi \le 180^\circ, \qquad \cos\psi \le 0.$$

O azimute também se pode calcular usando

$$\sin\psi = \cos\delta\sin\omega/\cos\alpha.$$

Calcular o zénite e o azimute às 11h00 (LAT), a hora do nascer do sol e a duração do dia 16 de outubro em Nova York (40°7'N)

Resposta:

a) 11h00 (LAT) $\longrightarrow$ $\omega = +15°$

já calculámos $\delta = -8.67°$

logo

$$\theta_z = \cos^{-1}\left((-0.1507)\times 0.6532 + 0.9886 \times 0.7572 \times 0.9659\right)$$

$$\boxed{\theta_z = 51.71°}$$

A altura solar é $\alpha = 90 - \theta_z = 38.28°$.

E portanto

$$\psi = \cos^{-1}\left(\frac{\sin 38.28 \sin 40.16 - \sin(-8.67)}{\cos 38.28 \cos 40.16}\right) = \boxed{19.3°}$$

b) o nascer do sol é

$$\omega_s = \cos^{-1}\left(-\tan 40.16 \times \tan(-8.67)\right) = \boxed{82.44^\circ}$$

(em horas solares é $\omega_s = 12 - \frac{82.44}{15} = 6.50h$ e portanto 6^h30 LAT)

c) A duração do dia é simplesmente

$$N_d = \frac{2}{15}\,\omega_s = \underline{\underline{11\,h}}\,!$$

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal

Correções à hora de nascer e pôr do sol:

- Devido à passagem da radiação solar do vácuo interplanetário para a atmosfera gasosa (índice de refração médio da atmosfera é 1.0003) observa-se o encurvamento dos raios solares
- Locais mais altos vêm o nascer do sol mais cedo porque estão a ‘olhar para baixo’

A elevação solar à hora do nascer/pôr do sol pode ser descrita por

$$\alpha = -0.8333 - 0.0347H^{0.5}$$

em que *H* é a altura do local, em metros, relativamente ao nível da água do mar.

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície horizontal

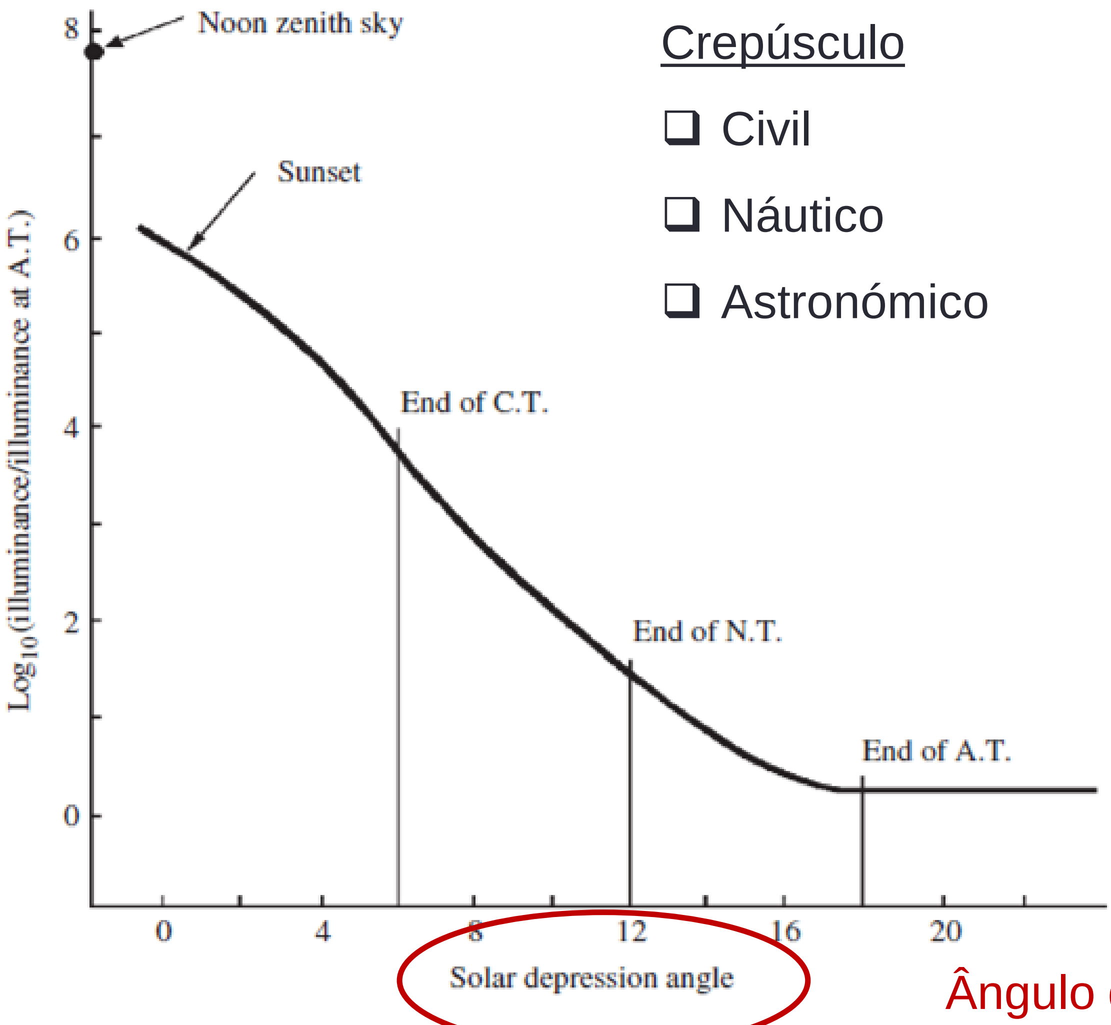


Figure 1.8.1 *Variation of daylight and twilight*

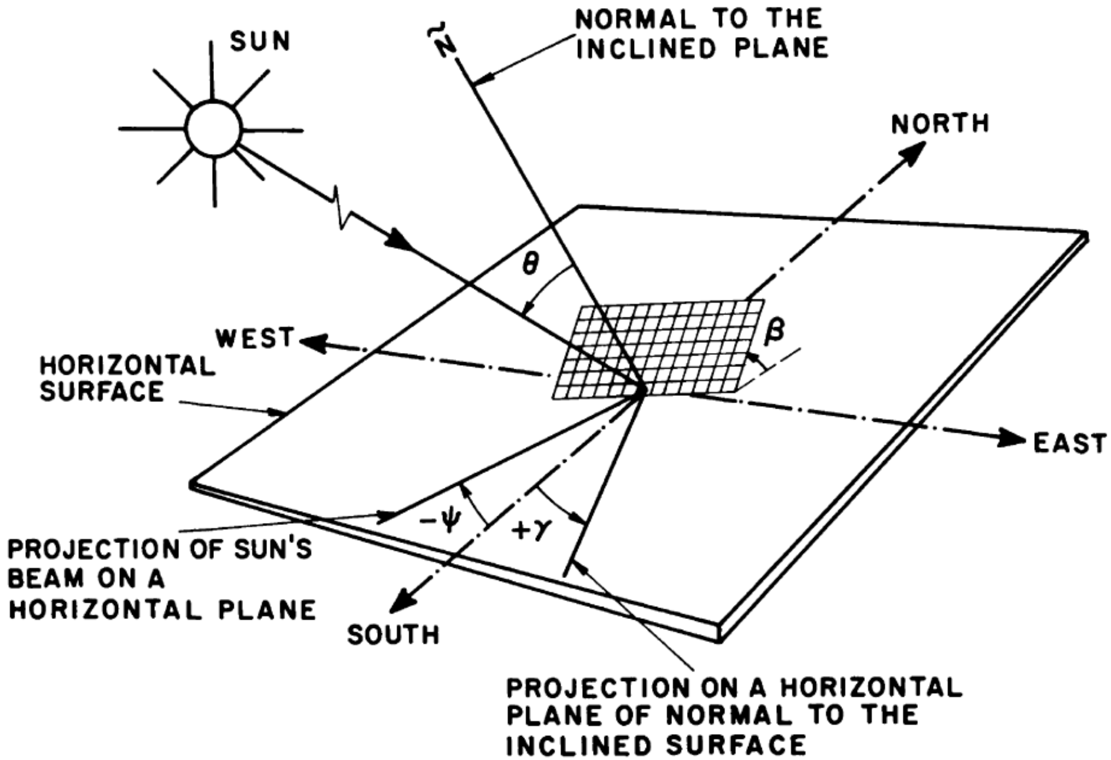
<u>Crepúsculo</u>

- ❑ Civil
- ❑ Náutico
- ❑ Astronómico

Ângulo de depressão solar é definido como a elevação solar negativa

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada



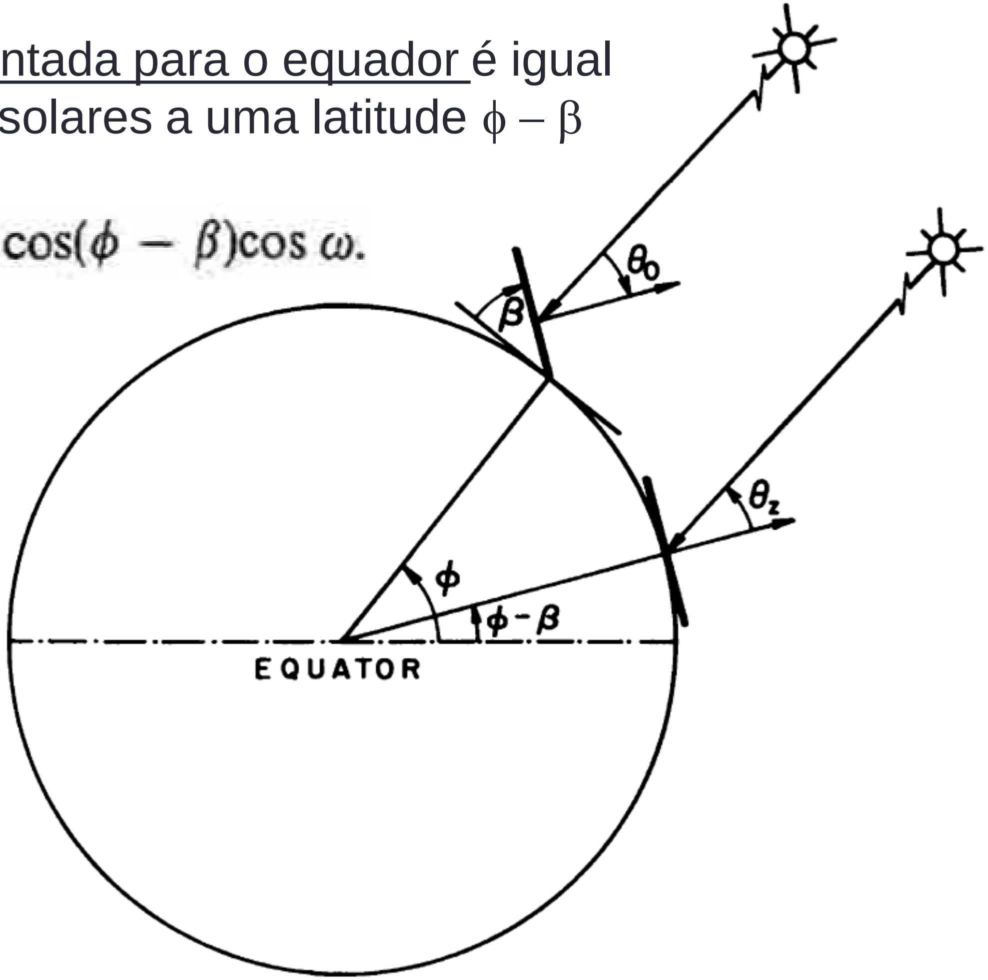
β é a inclinação da superfície, medida em graus a partir da posição horizontal
γ é o azimute da superfície, relativamente ao meridiano local, positivo para leste
θ é o ângulo de incidência para uma superfície arbitrariamente orientada, ou seja o angulo entre a normal à superfície e o vector Sol-Terra

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada orientada para o equador é igual ao ângulo de incidência dos raios solares a uma latitude $\phi - \beta$

$$\cos\theta_0 = \sin\delta\sin(\phi - \beta) + \cos\delta\cos(\phi - \beta)\cos\omega.$$



Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada orientada para o equador é igual ao ângulo de incidência dos raios solares a uma latitude $\phi - \beta$

$$\cos\theta_0 = \sin\delta\sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\cos\omega.$$

O ângulo de nascer do sol para uma superfície inclinada $\theta_0 = 90^\circ \quad \omega = \omega_s'$

$$\cos\omega_s' = -\sin\delta\sin(\phi-\beta)/\cos\delta\cos(\phi-\beta)$$

$$\omega'_s = \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi-\beta)]$$

Casos particulares:

a) Equinócio $\delta = 0$ logo $\omega_s' = \pi/2.$

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada orientada para o equador é igual ao ângulo de incidência dos raios solares a uma latitude $\phi - \beta$

$$\cos\theta_0 = \sin\delta\sin(\phi - \beta) + \cos\delta\cos(\phi - \beta)\cos\omega.$$

O ângulo de nascer do sol para uma superfície inclinada $\theta_0 = 90°$ $\omega = \omega_s'$

$$\cos\omega_s' = -\sin\delta\sin(\phi - \beta)/\cos\delta\cos(\phi - \beta)$$

$$\omega'_s = \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi - \beta)]$$

Casos particulares:

a) Equinócio $\delta = 0$ logo $\omega_s' = \pi/2.$

b) Durante o verão: $\delta > 0, \omega_s > \omega_s'$ e portanto o dia é mais curto para a superfície inclinada

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada orientada para o equador é igual ao ângulo de incidência dos raios solares a uma latitude $\phi - \beta$

$$\cos\theta_0 = \sin\delta\sin(\phi-\beta) + \cos\delta\cos(\phi-\beta)\cos\omega.$$

O ângulo de nascer do sol para uma superfície inclinada $\theta_0 = 90^\circ \quad \omega = \omega_s'$

$$\cos\omega_s' = -\sin\delta\sin(\phi-\beta)/\cos\delta\cos(\phi-\beta)$$

$$\omega'_s = \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi-\beta)]$$

Casos particulares:

a) Equinócio $\delta = 0$ logo $\omega_s' = \pi/2.$

b) Durante o verão: $\delta > 0, \omega_s > \omega_s'$ e portanto o dia é mais curto para a superfície inclinada

c) Durante o inverno $\delta < 0.$

$$\omega_s' = \min\{\cos^{-1}(-\tan\delta\tan\phi), \cos^{-1}[-\tan\delta\tan(\phi-\beta)]\}$$

Considerar um colector solar orientado para o equador, na cidade de Londres (51° 31' N) no dia 15 de Maio. Determinar a hora a partir da qual o colector recebe radiação solar se tiver uma inclinação de 30° ou 90°. Qual é o ângulo de incidência às 11h00 LAT para cada uma dessas inclinações?

Resposta.

15 Maio $\rightarrow$ $\delta = 18.77°$

Para a superfície horizontal $\omega_s = \cos^{-1}(-\tan 51.5 \tan 18.77)$

$$\omega_s = 115.29°$$

Para $\beta = 30°$, $\omega_s = \min\left(115.29°, \cos^{-1}\left(-\tan(51.5-30)\tan 18.77\right)\right)$

$$\boxed{\omega_s = 97.69°}$$

Para $\beta = 90°$, $\omega_s = \min\left(115.29°, \cos^{-1}\left(-\tan(51.5-90)\tan 18.77\right)\right)$

$$\boxed{\omega_s = 74.32°}$$

b) o ângulo de incidência para $\omega = 15^\circ$ (11h00 LAT) é

$$(\beta = 30^\circ) \rightarrow \theta_0 = \cos^{-1}\left(\cos 21.5 \cos 18.77 \cos 15 + \sin 21.5 \sin 18.77\right)$$

$$\boxed{\theta_0 = 14.47^\circ}$$

$\phi - \beta$

$$(\beta = 90^\circ) \rightarrow \theta_0 = \cos^{-1}\left(\cos(-38.5) \cos 18.77 \cos 15 + \sin(-38.5) \sin 18.77\right)$$

$$\boxed{\theta_0 = 58.48^\circ}$$

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada com uma orientação arbitrária

$$\cos\theta = (\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta\cos\gamma)\sin\delta$$
$$+ (\cos\phi\cos\beta + \sin\phi\sin\beta\cos\gamma)\cos\delta\cos\omega$$
$$+ \cos\delta\sin\beta\sin\gamma\sin\omega$$

Ou, quando se conhece o azimute e o ângulo zenital,

$$\cos\theta = \cos\beta\cos\theta_z + \sin\beta\sin\theta_z\cos(\psi - \gamma).$$

Órbita do sol

Posição do Sol relativamente a uma superfície inclinada

Para uma superfície inclinada com uma orientação arbitrária

$$\cos\theta = (\sin\phi\cos\beta - \cos\phi\sin\beta\cos\gamma)\sin\delta$$
$$+ (\cos\phi\cos\beta + \sin\phi\sin\beta\cos\gamma)\cos\delta\cos\omega$$
$$+ \cos\delta\sin\beta\sin\gamma\sin\omega$$

Ou, quando se conhece o azimute e o ângulo zenital,

$$\cos\theta = \cos\beta\cos\theta_z + \sin\beta\sin\theta_z\cos(\psi - \gamma).$$

Para o caso particular de uma superfície vertical (fachada) com $\beta = 90º$

$$\cos\theta = -\cos\phi\cos\gamma\sin\delta + \sin\phi\cos\gamma\cos\delta\cos\omega$$
$$+ \cos\delta\sin\gamma\sin\omega.$$